PARCIAL II

EC1251-Redes I

Sept-Dic. 2006.

1. Hallar $\mathbf{V_1}$ utilizando el método de mallas en el circuito de la fig. 1. **(8 puntos)**

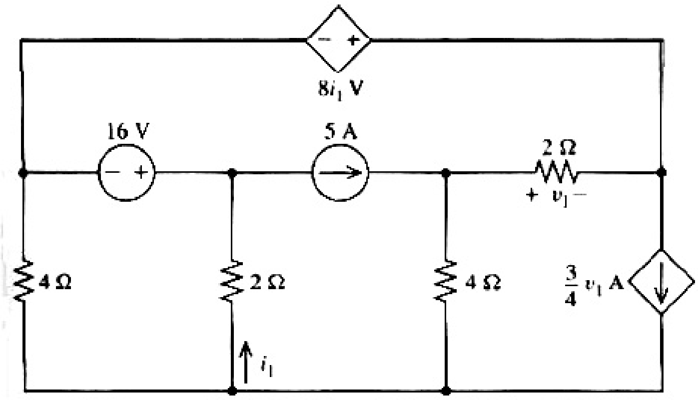
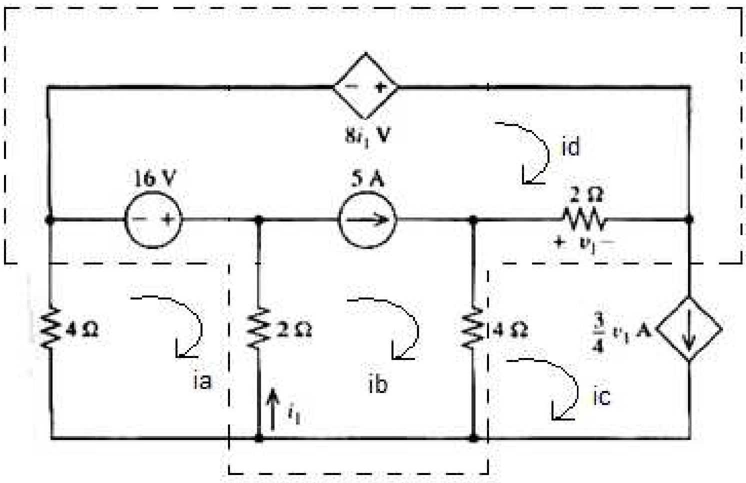


Fig. 1



$$i_1 = i_b - i_a \tag{1}$$

$$V_1 = 2(i_c - i_d) \tag{2}$$

En la malla a:

$$-16+2(i_a-i_b)+4i_a=0 \Rightarrow -16+2i_a-2i_b+4i_a=0$$
$$\Rightarrow 6i_a-2i_b=16$$

$$\Rightarrow 3i_a-i_b=8 \tag{3}$$

Para la supermalla:

$$5=i_b-i_d \tag{4}$$

$$-8i_1+2(i_d-i_c)+4(i_b-i_c)+2i_1+16=0$$
$$\Rightarrow -8i_1+2i_d-2i_c+4i_b-4i_c+2i_1+16=0$$
$$\Rightarrow 4i_b-6i_c+2i_d-6i_1=-16$$

$$\Rightarrow 2i_b-3i_c+i_d-3i_1=-8 \tag{5}$$

Sustituyendo la ecuación (1) en la ecuación (5) se obtiene que:

$$2i_b-3i_c+i_d-3(i_b-i_a)=-8$$
$$\Rightarrow 2i_b-3i_c+i_d-3i_b+3i_a=-8$$

$$\Rightarrow 3i_a-i_b-3i_c+i_d=-8 \tag{6}$$

En la malla c:

$$\frac{3}{4}V_1=i_c \Rightarrow V_1=\frac{4}{3}i_c \tag{7}$$

Sustituyendo la ecuación (2) en la ecuación (7), se obtiene que:

$$2(i_c-i_d)=\frac{4}{3}i_c \Rightarrow 3i_c-3i_d=2i_c$$

$$\Rightarrow i_c-3i_d=0 \tag{8}$$

El sistema de ecuaciones a resolver es el siguiente:

$$\begin{cases} 3i_a - i_b = 8 \\ i_b - i_d = 5 \\ 3i_a - i_b - 3i_c + i_d = -8 \\ i_c - 3i_d = 0 \end{cases} \tag{9}$$

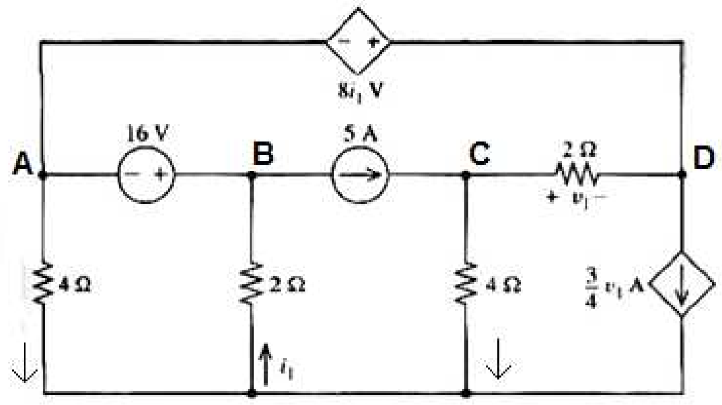
O de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ -8 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema se obtiene que:

$$\begin{aligned} &i_a = 5A \\ &i_b = 7A \\ &i_c = 6A \\ &i_d = 2A \\ &V_1 = 2(6-2) = 8V \end{aligned}$$

Para comprobar se resuelve el ejercicio por nodos:



$$V_B - V_A = 16 \tag{10}$$

$$V_D - V_A = 8i_1 \tag{11}$$

$$i_1 = -\frac{V_B}{2} \tag{12}$$

Sustituyendo la ecuación (12) en la ecuación (11) se obtiene que:

$$V_D - V_A = -4V_B \Rightarrow -V_A + 4V_B + V_D = 0 \tag{13}$$

$$V_C - V_D = V_1 \tag{14}$$

En el supernodo (nodo A, fuente 8i1 y nodo D y la fuente de 16V):

$$\frac{V_A}{4} + \frac{3}{4}V_1 + \frac{V_B}{2} + 5 = \frac{V_C - V_D}{2} \Rightarrow V_A + 3V_1 + 2V_B + 20 = 2V_C - 2V_D$$

$$\Rightarrow V_A + 2V_B + 3V_1 - 2V_C + 2V_D = -20 \tag{15}$$

Sustituyendo la ecuación (14) en la ecuación (15) se obtiene que:

$$V_A + 2V_B + 3V_C - 3V_D - 2V_C + 2V_D = -20 \Rightarrow V_A + 2V_B + V_C - V_D = -20 \tag{16}$$

En el nodo C:

$$5 = \frac{V_C}{4} + \frac{V_C - V_D}{2} \Rightarrow 20 = V_C + 2V_C - 2V_D$$

$$\Rightarrow 3V_C - 2V_D = 20 \tag{17}$$

El sistema de ecuaciones a resolver es:

$$\begin{cases} -V_A + V_B = 16 \\ -V_A + 4V_B + V_D = 0 \\ V_A + 2V_B + V_C - V_D = -20 \\ 3V_C - 2V_D = 20 \end{cases}$$

O de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \\ V_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ -20 \\ 0 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema se obtiene que:

$$\begin{aligned} &V_A = -20V \\ &V_B = -4V \\ &V_C = 4V \\ &V_D = -4V \\ &V_1 = V_C - V_D = 4V + 4V = 8V \end{aligned}$$

2.- Aplique análisis de nodo para encontrar las tensiones **V1, V2 y V3** en la fig. 2. **(7 puntos)**

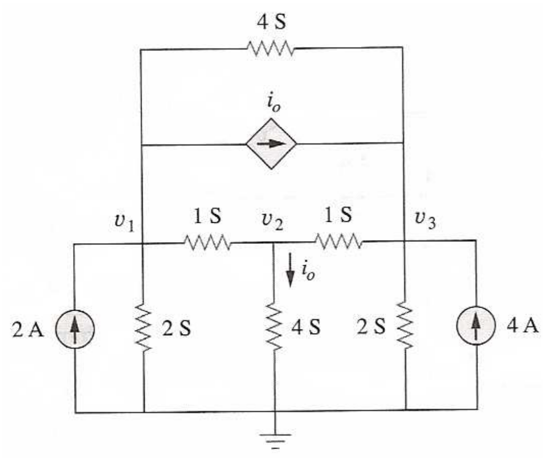


Fig. 2

$$i_O = 4V_2 \qquad (1)$$

En el nodo 1:

$$\begin{aligned} &2 = 2V_1 + 1(V_1 - V_2) + i_O + 4(V_1 - V_3) \\ &\Rightarrow 2 = 2V_1 + V_1 - V_2 + i_O + 4V_1 - 4V_3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 7V_1 - V_2 - 4V_3 + i_O = 2 \qquad (2)$$

Sustituyendo la ecuación (1) en la ecuación (2) se obtiene que:

$$7V_1 - V_2 - 4V_3 + 4V_2 = 2$$

$$\Rightarrow 7V_1 + 3V_2 - 4V_3 = 2 \qquad (3)$$

En el nodo 2:

$$1(V_1 - V_2) = 4V_2 + 1(V_2 - V_3) \Rightarrow V_1 - V_2 = 4V_2 + V_2 - V_3$$

$$\Rightarrow V_1 - 6V_2 + V_3 = 0 \qquad (4)$$

En el nodo 3:

$$1(V_2 - V_3) + 4 + i_O + 4(V_1 - V_3) = 2V_3$$
$$\Rightarrow V_2 - V_3 + 4 + i_O + 4V_1 - 4V_3 - 2V_3 = 0$$

$$4V_1 + V_2 - 7V_3 + i_O = -4 \qquad (5)$$

Sustituyendo la ecuación (1) en la ecuación (5) se obtiene que:

$$4V_1 + V_2 - 7V_3 + 4V_2 = -4 \Rightarrow 4V_1 + 5V_2 - 7V_3 = -4 \qquad (6)$$

$$\begin{cases} 7V_1 + 3V_2 - 4V_3 = 2 \\ V_1 - 6V_2 + V_3 = 0 \\ 4V_1 + 5V_2 - 7V_3 = -4 \end{cases}$$

O de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 7 & 3 & -4 \\ 1 & -6 & 1 \\ 4 & 5 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema se obtiene que:

$$V_1 = 0.8977$$
$$V_2 = 0.3750$$
$$V_3 = 1.3523$$

3.- Halle **Vo** mediante simplificación del circuito de la fig. 3. **(7 puntos)**

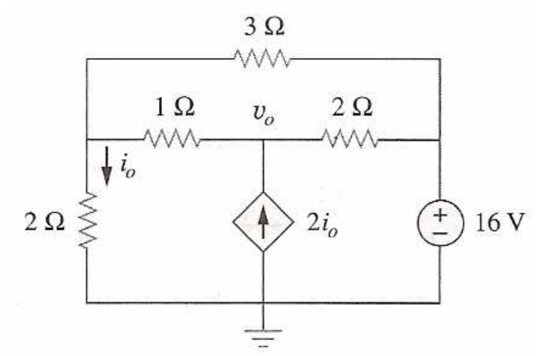
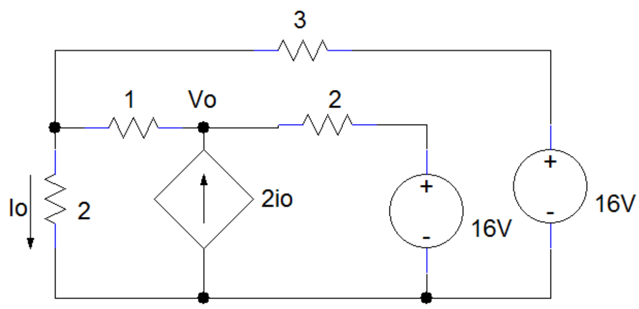
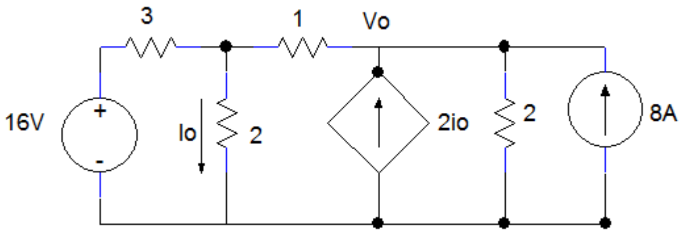


Fig. 3

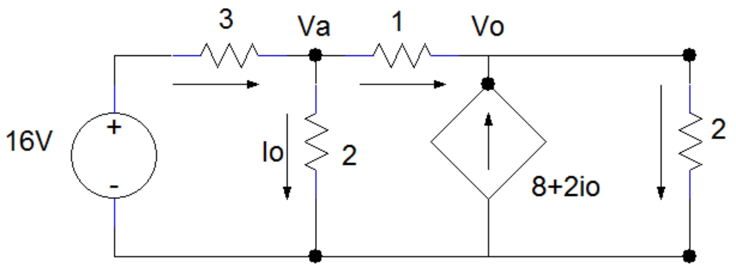
Aplicando Blakesley a la fuente de voltaje:



Transformando a fuente de corriente y redibujando el circuito:



Sumando las fuentes de corriente se obtiene el siguiente circuito:



$$V_A = 2i_O \tag{1}$$

Por LKC en el nodo A

$$\frac{16-V_A}{3} = i_O + \frac{V_A - V_O}{1}$$
$$\Rightarrow 16 - V_A = 3i_O + 3V_A - 3V_O$$

$$3i_O + 4V_A - 3V_O - 16 = 0 \tag{2}$$

Por LKC en el nodo O se tiene que:

$$\frac{V_A - V_O}{1} + 8 + 2i_O = \frac{V_O}{2}$$
$$\Rightarrow 2V_A - 2V_O + 16 + 4i_O - V_O = 0$$

$$\Rightarrow 2V_A - 3V_O + 16 + 4i_O = 0 \qquad (3)$$

Sustituyendo la ecuación (1) en las ecuaciones (2) y (3) respectivamente, se obtiene que:

$$3i_O + 8i_O - 3V_O - 16 = 0$$

$$\Rightarrow 11i_O - 3V_O - 16 = 0 \qquad (4)$$

$$4i_O - 3V_O + 4i_O + 16 = 0$$

$$\Rightarrow 8i_O - 3V_O + 16 = 0 \qquad (5)$$

Restando las ecuaciones (4) y (5) se obtiene:

$$\begin{array}{l} 11i_O - 3V_O - 16 = 0 \\ \underline{-8i_O + 3V_O - 16 = 0} \\ 3i_O + 0 - 32 = 0 \\ \Rightarrow i_O = \dfrac{32}{3} = 10.666[A] \end{array}$$

Sustituyendo en valor de io en la ecuación (5) finalmente se determina el valor de Vo:

$$V_O = \frac{8i_O + 16}{3} = 33.776[V]$$

4.- Halle V_3 en función de V_1 y V_2 como se muestra en la fig. 4. **(8 puntos)**

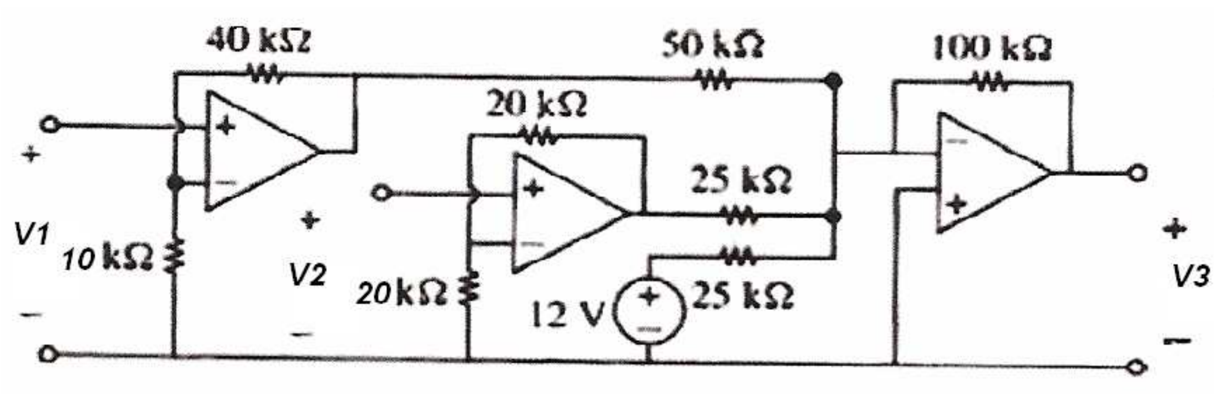
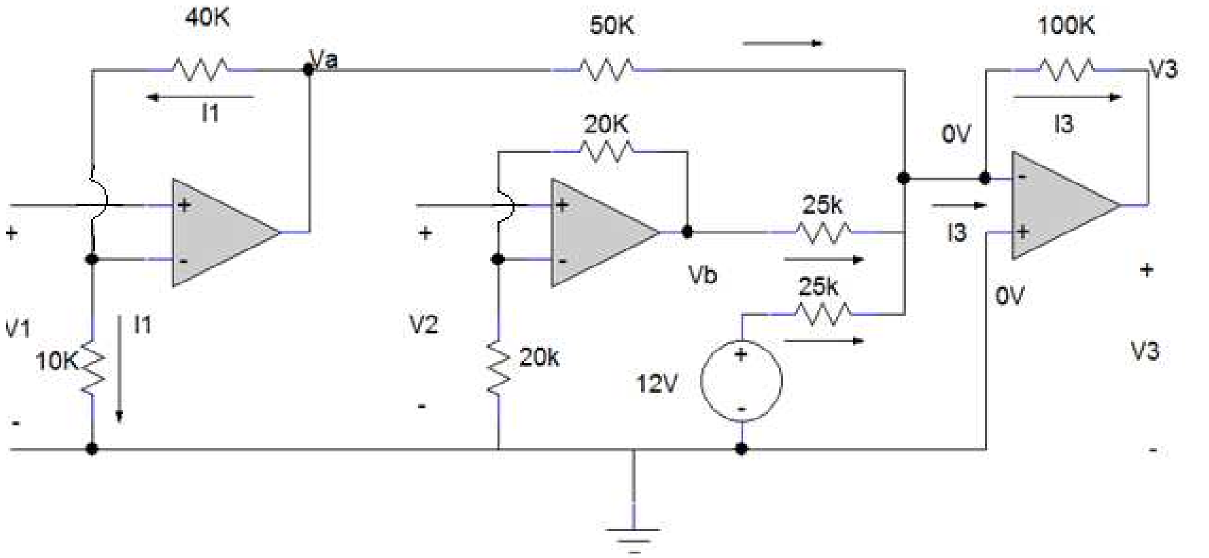


Fig. 4



$$V_3 = -I_3 \cdot 100K \tag{1}$$

Por LKC:

$$I_3 = \frac{Va}{50K} + \frac{Vb}{25K} + \frac{12}{25K}$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{Va + 2Vb + 24}{50K} \qquad (2)$$

Por divisor de voltaje:

$$V_1 = \frac{Va \cdot 10K}{50K} \Rightarrow Va = 5V_1 \qquad (3)$$

Nuevamente por divisor de voltaje:

$$V_2 = \frac{Vb \cdot 20K}{40K} \Rightarrow Vb = 2V_2 \qquad (4)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3) y (4) en la ecuación (2) se obtiene que:

$$I_3 = \frac{5V_1 + 4V_2 + 24}{50K} \qquad (5)$$

Sustituyendo la expresión obtenida en (5) en la ecuación (1) finalmente se obtiene que:

$$V_3 = \frac{-100K}{50K} \cdot (5V_1 + 4V_2 + 24) = -10V_1 - 8V_2 - 48$$